Teoria regulacji – Lista 1*

Transformata Laplace'a

Maciej Filiński

Zadanie 1. Zweryfikować następujące własności transformaty Laplace:

a) $\frac{d}{dt}f(t)\hat{=}sF(s)-f(0_-)$

b) $\int_0^t f(\tau)d\tau\hat{=}\frac{1}{s}F(s)$

c) $tf(t)\hat{=}-\frac{d}{ds}F(s)$

d) $e^{\alpha t}f(t)=F(s-\alpha)$

e) $\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\hat{=}F(s)G(s)$

f) $f(t-T)\hat{=}e^{-sT}F(s)$

Zadanie 2. Korzystając z definicji transformaty Laplace'a (oraz własności wyznaczonych w zadaniu 1.) wyznaczyć transformaty następujących sygnałów:

a) $\delta(t)$

b) $\mathbf{1}(t)$

c) t^n

d) e^{-at}

e) te^{at}

f) t^2e^{at}

g) $\sin(\omega t)$

h) $\cos(\omega t)$

i) $e^{-at}\sin(\omega t)$

j) $\sin(\omega t+\phi)$

k) $t\sin(\omega t)$

l) $\delta(t-T)$

m) $\mathbf{1}(t-T)$

Zadanie 3. Metodą rozkładu na ułamki proste wyznaczyć oryginały następujących transformat:

*Na podstawie list Prof. dr hab. Włodzimierza Greblickiego

a) $\frac{1}{(s+1)(s+2)}$

b) $\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}$

c) $\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$

d) $\frac{s^2+2s+3}{(s+1)(s+3)}$

e) $\frac{1}{s(s+1)}$

f) $\frac{1}{(s^2+1)(s+1)}$

g) $\frac{1}{(s-1)(s+2)}$

h) $\frac{s+1}{(s+1)(s+2)}$

i) $\frac{s}{(s-1)(s+3)}$

j) $\frac{2s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

k) $\frac{1}{(s-1)(s-2)}$

l) $\frac{2}{(s-1)(s-2)(s+3)}$

Zadanie 4. Zakładając, że

a) $\Delta = 4p^2 - 4q > 0$ b) $\Delta = 4p^2 - 4q = 0$ c) $\Delta = 4p^2 - 4q < 0$

wyznaczyć i naszkicować oryginał transformaty

$$\frac{1}{s^2 + 2ps + q}$$