

# Teoria regulacji – Lista 9

## Transformacja $\mathcal{Z}$ i jej własności\*

Maciej Filiński

**Zadanie 1.** Wykazać, że  $\mathbf{A}^n = z(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , gdzie  $\mathbf{A}$  jest macierzą.

**Zadanie 2.** Niech transmitancja

$$K(z) = \frac{L(z)}{M(z)},$$

ma bieguny  $z_1, z_2, \dots, z_m$  i niech  $\alpha = \max(|z_1|, |z_2|, \dots, |z_m|)$ . Niech  $k_n$  będzie jego odpowiedzią impulsową. Wykazać, że

- $|k_n| \leq c\alpha^n$ , dla pewnego  $c$ , jeśli wszystkie bieguny są różne,
- $|k_n| \leq d(\alpha + \epsilon)^n$ , dla pewnego  $d$  i dowolnego  $\epsilon > 0$

**Zadanie 3.** Transmitancja

$$K(z) = \frac{z}{M(z)},$$

gdzie  $M(z)$  jest wielomianem stopnia 2, ma bieguny  $z_1 = \lambda(\cos \omega + j \sin \omega) = \lambda e^{j\omega}$ . Wyznaczyć

- drugi z biegunów,
- odpowiedź impulsową i sporządzić jej szkic. Założyć przy tym, że
  - $\omega = 0, \lambda > 0$
  - $\omega = 0, \lambda < 0$
  - $\omega \neq 0, \lambda > 0$

---

\*Na podstawie list Prof. dr hab. Włodzimierza Greblickiego

- $\omega \neq 0, \lambda < 0$

**Zadanie 4.** Podać i rozwiązać równanie fazowe dla systemów o transmitancjach:

a)  $K(z) = \frac{z}{6z^2+z-1}$

b)  $K(z) = \frac{z}{12z^2+7z+1}$

c)  $K(z) = \frac{z}{10z^2+7z+1}$

d)  $K(z) = \frac{z}{z^2-z-2}$

e)  $K(z) = \frac{z}{3z^2+8z-3}$

f)  $K(z) = \frac{z}{2z^2+5z-3}$

g)  $K(z) = \frac{z}{5z^2-2z-\frac{1}{4}}$

h)  $K(z) = \frac{z}{2z^2+3z+1}$

i)  $K(z) = \frac{z}{4z^2-1}$

j)  $K(z) = \frac{z}{4z^2-\frac{9}{4}}$